ΑΝΤΙΣΤΡΕΨΙΜΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

- Έστω η συνάρτηση: $g(x,y)=(e^x-y,\ y)$, $\forall (x,y)\in\mathbb{R}^2$
ΝΔΟ η f αντιστρέφεται σε μια περιοχή του $(x_0,y_0)\in\mathbb{R}^2$, καθώς να υπολογίσετε την: $Dg^{-1}(g(x,y))$.

ΛΥΣΗ

$$Dg(x,y)=Jg(x,y)=\begin{pmatrix} e^x & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det Jg(x,y)=e^x>0,\ (x,y)\in\mathbb{R}^2$$

Άρα, από θεώρημα αντιστρόφου συνάρτησης έχουμε ότι:
η g αντιστρέφεται τοπικά γύρω από το $(x_0,y_0)\in\mathbb{R}^2$
Ενώ στην περιοχή του (x_0,y_0) η g συνεχώς διαφορίσιμη.

$$Dg^{-1}(g(x,y))=(D\,g(x,y))^{-1}=\begin{pmatrix} e^x & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}.$$

$$\boxed{(Dg(x,y))^{-1}=\frac{1}{\det Dg(x,y)}\cdot \operatorname{adj}(Dg(x,y))}$$ ← Από γραμμική άλγεβρα.

$$\operatorname{adj}(Dg(x,y))=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -e^x \end{pmatrix}.$$

Άρα,

Άρα, $(Dg(x,y))^{-1}=\frac{1}{e^x}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & e^x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{e^x} & \frac{1}{e^x} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$